**Περί σημαντικών ψηφίων**

Μετά την συνάντηση του περασμένου Σαββάτου, διαπιστώσαμε μια σύγχυση και δυσκολία που υπάρχει στην εφαρμογή των κανόνων των σημαντικών ψηφίων σε σύνθετες πράξεις.

Επίσης υπήρξαν ερωτήσεις σχετικά με τα σημαντικά ψηφία ακεραίων αριθμών που τελειώνουν σε μηδέν, αλλά αντιπροσωπεύουν μετρήσεις.

Τέλος υπήρξαν ερωτήσεις σχετικά με τον αριθμό των σημαντικών ψηφίων του μέσου όρου Ν μετρήσεων.

Απαντήσεις στα θέματα παρουσιάζονται παρακάτω. Θα συμπεριληφθούν στο βιβλίο του εκπαιδευτικού στην επόμενη έκδοση:

**1)**    **Κανόνες για σύνθετες πράξεις**.

Θα πρέπει οι πράξεις να εφαρμοστούν με τη σειρά που εμφανίζονται. Στο αποτέλεσμα κάθε πράξης **σημειώνουμε τον αριθμό σημαντικών ψηφίων**με βάση του κανόνες της αντίστοιχης πράξης, αλλά δεν κάνουμε στρογγυλοποίηση.

Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων του τελικού αποτελέσματος προκύπτει από τον αριθμό σημαντικών ψηφίων των αποτελεσμάτων που εμφανίζονται στα ενδιάμεσα στάδια.

Αυτή η ιδιαιτερότητα εμφανίζεται λόγω των διαφορετικών κανόνων που υπάρχουν στην πρόσθεση και αφαίρεση όπου ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων του αποτελέσματος καθορίζεται από την θέση του λιγότερου ακριβούς ψηφίου.

Επισημαίνουμε ότι **δεν** στρογγυλοποιούμε τα αποτελέσματα των ενδιάμεσων πράξεων, αλλά απλώς καταγράφουμε τον αριθμό σημαντικών ψηφίων αυτών των αποτελεσμάτων.  στον αριθμό των σημαντικών ψηφίων.  Η στρογγυλοποίηση γίνεται στο τελικό μόνο αποτέλεσμα με βάση τον αριθμό σημαντικών ψηφίων που προέκυψε από τις ενδιάμεσες πράξεις.

Παραθέτουμε τα ακόλουθα παραδείγματα. Με έντονη απεικόνιση είναι τα σημαντικά ψηφία των ενδιάμεσων πράξεων.

(α) Έστω ότι πρέπει να κάνουμε τον εξής υπολογισμό μετρούμενων τιμών:

(4,356 – 3,45)/0,23358

Εκτελούμε πρώτα την αφαίρεση 4,356 – 3,45. Οι τιμές 4,356 και 3,45 έχουν 4 κα 3 σημαντικά ψηφία αντίστοιχα. Όμως, σύμφωνα με τον κανόνα της αφαίρεσης, στην απόδοση του αποτελέσματος λαμβάνουμε υπ’ όψη την **ακρίβεια**. Εδώ, το αποτέλεσμα πρέπει να δοθεί με την ακρίβεια του αριθμού 3,45 (δύο δεκαδικά ψηφία).

Επομένως σύμφωνα με τους κανόνες της αφαίρεσης το αποτέλεσμα θα είναι:

 4,356 – 3,45 = 0,**90**6  (1)

Στο αποτέλεσμα, **σημειώνουμε ότι ο σωστός αριθμός σημαντικών ψηφίων είναι 2** γιατί καθορίζεται από το δεύτερο δεκαδικό ψηφίο του 3,45. ΔΕΝ κάνουμε ακόμα στρογγυλοποίηση γιατί δεν είναι το τελικό αποτέλεσμα.

Η επόμενη πράξη είναι διαίρεση, οπότε θα έχουμε:

0,**90**6/0,**23358** = **3,8**787567  (2)

Στο αποτέλεσμα αυτό **σύμφωνα με το κανόνα πολλαπλασιασμού και διαίρεσης**, θα πρέπει να κρατήσουμε τόσα σημαντικά ψηφία, όσα έχει ο αριθμός με το μικρότερο πλήθος σημαντικών ψηφίων. Από την αφαίρεση είχαμε σημειώσει ότι ο αριθμητής πρέπει να έχει 2 σημαντικά ψηφία.  Ο παρονομαστής έχει 5 σημαντικά ψηφία.

Επομένως το τελικό αποτέλεσμα της παραπάνω πράξης θα έχει 2 σημαντικά ψηφία. Από το αποτέλεσμα 3,8787657 κρατάμε μόνο τα πρώτα 2 σημαντικά ψηφία και το αμέσως επόμενο, δηλαδή το **3.8**7. Επειδή το 7 > 5, στρογγυλοποιούμε στο τελικό αποτέλεσμα **3.9.**

Παρατηρήστε ότι **το τελικό αποτέλεσμα έχει λιγότερα σημαντικά ψηφία από ό,τι οι αριθμοί με τους οποίους ξεκινήσαμε (4, 3 και 5 αντίστοιχα)**

(β) Έστω ότι δίνεται: 238,4 – 31,12 – 45,23/0,21

Στη περίπτωση αυτή θα εκτελέσουμε πρώτα την διαίρεση (μπορεί κάποιος να κάνει τη αφαίρεση αλλά καλύτερα να αφήσουμε προσθέσεις και αφαιρέσεις στο τέλος)

45,23/0,21 = **21**5,38095   (1)

Επειδή ο αριθμητής έχει 3 σημαντικά ψηφία και ο παρονομαστής 2, το αποτέλεσμα της διαίρεσης έχει 2 σημαντικά ψηφία, όσα και ο παρονομαστής.

Επομένως, στις επόμενες πράξεις θα πρέπει να θυμόμαστε ότι η συνεισφορά του αποτελέσματος (1) θα είναι μόνο στις δεκάδες (2ο ψηφίο). **Δεν** κάνουμε ακόμα στρογγυλοποίηση.

Η πρώτη αφαίρεση θα δώσει:

238,4 – 31,12 =  **207,3**2  (2)

ΤΟ αποτέλεσμα (2) πρέπει να δοθεί με ακρίβεια δεκάτου (πρώτο δεκαδικό ψηφίο), όπως και ο αριθμός 238,4. Συνεπώς, σημειώνουμε ότι το αποτέλεσμα (2) έχει 4 σημαντικά ψηφία. Δεν κάνουμε στρογγυλοποίηση.

Αφαιρούμε την (1) από την (2), λαμβάνοντας υπόψη πάντοτε ότι η ακρίβεια του αποτελέσματος καθορίζεται από τον αριθμό με τη χειρότερη ακρίβεια. Εδώ αυτός ο αριθμος είναι το αποτέλεσμα (1), που έχει ακρίβεια 2 σημαντικών ψηφίων, δηλαδή ακρίβεια δεκάδας. Θα έχουμε:

**207.3**2 - **21**5.38095 = -8.0609524   (3)

ΤΟ τελικό αποτέλεσμα πρέπει να δοθεί με ακρίβεια δεκάδας. Στρογγυλοποιούμε και γράφουμε   **-1**0.

Παρατηρήστε ότι το τελικό αποτέλεσμα έχει ακρίβεια μόνο ενός σημαντικού ψηφίου!

(γ) Έστω ότι δίνεται:  4,342 \* [(23)^-1 – 0,00245]

Εκτελούμε πρώτα τις πράξεις μέσα στην παρένθεση και το αποτέλεσμα το πολλαπλασιάζουμε με ό,τι βρίσκεται εκτός παρένθεσης.

1/23 = 0,0**43**478261    (1)

Το αποτέλεσμα αυτό έχει 2 σημαντικά ψηφία εφόσον ο παρονομαστής έχει 2 σημαντικά ψηφία (το 1 στον αριθμητή στην προκειμένη περίπτωση έχει άπειρη ακρίβεια αφού υποδηλώνει αντίστροφο αριθμού)

Στην αφαίρεση, το πρώτο νούμερο έχει ακρίβεια 3ου δεκαδικού ψηφίου ενώ το 2ο νούμερο έχει ακρίβεια 5ου δεκαδικού ψηφίου. Θα πάρουμε:

0,0**43**478261 – 0,00**245**= 0,0**41**028261 (2)

Η ακρίβεια θα είναι στο 3ο δεκαδικό ψηφίο και επομένως το αποτέλεσμα της (2) θα έχει 2 σημαντικά ψηφία.

Τέλος ο πολλαπλασιασμός θα δώσει:

**4,342** \* 0,0**41**028261 = 0,**17**814471 (3)

Το τελικό αποτέλεσμα έχει δυο σημαντικά ψηφία όπως καθορίζονται από την (2) και επομένως μετά από την στρογγυλοποίηση θα γράψουμε:  **0,18**

(δ) Το τελευταίο παράδειγμα αναφέρεται στην άσκηση (9γ) και (9δ) του βιβλίου όπου δίνονται (C-A)/C και DxC - DxA  με  A = 38,275, C = 38,322 και D = 1/3

Εφαρμογή των παραπάνω θα δώσει:   38,322 – 38,275 = 0,0**47**

Από την στιγμή που και τα 2 νούμερα Α και C έχουν ακρίβεια 3 δεκαδικού ψηφίου η ακρίβεια του αποτελέσματος θα είναι στο 3ο δεκαδικό ψηφίο. Ξεκινήσαμε επομένως από 5 σημαντικά ψηφία και καταλήξαμε μέσω της αφαίρεσης σε ένα αποτέλεσμα με 2 σημαντικά ψηφία.

Εκτελώντας την διαίρεση θα έχουμε: 0,0**47**/**38,322** = 0,00**12**264496

Το αποτέλεσμα έχει 2 σημαντικά ψηφία (όσα ο αριθμητής) και άρα θα γράψουμε 0,00**12**

Στο ίδιο αποτέλεσμα θα είχαμε καταλήξει αν θεωρούσαμε:

 (C-A)/C = C/C - A/C = **1,0000**– 0,**99877**355 = 0,00**12**264496

Για την  DxC - DxA  θα έχουμε:

DxC = **38,322**/3 = **1**2,774

DxA = **38,275**/3 = **1**2,758334

Και τα δυο αποτελέσματα έχουν 1 σημαντικό ψηφίο με ακρίβεια στην δεκάδα.

Η αφαίρεση θα δώσει:  0.015666 αλλά η ακρίβεια αναφέρεται σε δεκάδες οπότε θα γράφαμε 0

Ωστόσο αυτό θα ήταν λάθος γιατί η αβεβαιότητα των ψηφίων της D εισάγεται τεχνικά 2 φορές χωρίς να υπάρχει λόγος. Προσεκτικότερη γραφή της ίδιας παράστασης θα δώσει

DxC - DxA = Dx(C-A)

οπότε θα έχουμε: (38,322-38,275)/3 = (0,0**47**)/3 = 0,0**1**5666 και θα γράφαμε 0,0**2**μετά την στρογγυλοποίηση.

**2) Σημαντικά ψηφία ακεραίων που τελειώνουν σε 0**

Σύμφωνα με τους κανόνες των σημαντικών ψηφίων, μηδενικά στο τέλος αριθμών που δεν έχουν δεκαδικό τμήμα θεωρούνται μή σημαντικά. Για παράδειγμα ο αριθμός 400 έχει 1 σημαντικό ψηφίο ενώ τα δυο 0 δεν θεωρούνται σημαντικά.

Ωστόσο υπάρχουν περιπτώσεις που οι μετρήσεις οδηγούν σε ακέραιο αριθμό ο οποίος τελειώνει σε μηδέν. Στην περίπτωση όμως αυτή το 0 είναι σημαντικό γιατί αποτελεί μέρος της μέτρησης. Για παράδειγμα, αν χρησιμοποιούσατε μια μετροταινία βαθμονομημένη με υποδιαιρέσεις δεκάτου του μέτρου και μετρούσατε ένα μήκος να είναι 15,0 dm, η μέτρησή σας θα έλεγε ότι το μήκος είναι γνωστό με 3 σημαντικά ψηφία. Θα  μπορούσατε να αποδώσετε το ίδιο μήκος χρησιμοποιώντας εκατοστά,  σαν 150cm. Επειδή η αλλαγή μονάδας μέτρησης δεν αλλοιώνει την ακρίβεια με την οποία είναι γνωστή η μέτρηση, η τιμή “150” έχει επίσης 3 σημαντικά ψηφία. τo 0 είναι το τελευταίο σημαντικό, και ταυτόχρονα το αβέβαιο ψηφίο. Ωστόσο, βλέποντας τον αριθμό “150” χωρίς καμιά άλλη πληροφορία, και εφαρμόζοντας τους κανόνες σημαντικών ψηφίων ακεραίων, θα έλεγε κάποιος ότι ο αριθμός είναι γνωστός με 2 σημαντικά ψηφία, το τελευταίο από τα οποία (5) είναι το αβέβαιο. Για να δηλωθεί ότι το τελευταίο μηδενικό είναι σημαντικό, πρέπει να αναγραφεί μια υποδιαστολή μετά το 0, **χωρίς να ακολουθεί κάποιο ψηφίο**(αν υπήρχε ψηφίο μετά την υποδιαστολή, θα δήλωνε ότι κάτι είναι γνωστό με ακρίβεια δέκατου της μονάδας). Έτσι το αποτέλεσμα της μέτρησης θα πρέπει να γραφεί σαν “**150, cm”**. Δηλαδή ο αριθμός δεν μπορεί να γραφεί σαν ακέραιος, αν το τελευταίο ψηφίο 0 είναι σημαντικό. Εναλλακτικά, θα μπορούσε να γραφεί σε επιστημονική σήμανση σαν 1,50x10^2. Η γραφή “1,50” δηλώνει ότι ο αριθμός είναι γνωστός με 3 σημαντικά ψηφία.

**3) Μέση τιμή μετρήσεων**

Όταν έχουμε πολλές μετρήσεις του ίδιου μεγέθους, η μέση τιμή των μετρήσεων συνήθως γράφεται με ένα επιπλέον σημαντικό ψηφίο από ό,τι τα ψηφία των μετρήσεων. Το επιπλέον αυτό σημαντικό ψηφίο εκφράζει την αυξημένη ακρίβεια που επιτυγχάνεται με πολλαπλές μετρήσεις, και το γεγονός ότι το αποτέλεσμα εμπεριέχει επιπλέον πληροφορία.

Η μέση τιμή των μετρήσεων μπορεί να οδηγήσει σε μεγαλύτερη ακρίβεια από  την ακρίβεια του οργάνου μέτρησης. Για παράδειγμα, δεν μπορούμε να μετρήσουμε το πάχος της σελίδας ενός βιβλίου χρησιμοποιώντας ένα χάρακα βαθμονομημένο σε χιλιοστά. Ωστόσο μπορούμε να μετρήσουμε το συνολικό πάχος 100 σελίδων και να διαιρέσουμε με το 100. Επομένως, το αποτέλεσμα για το πάχος της μιας σελίδας θα είναι περισσότερο ακριβές από ό,τι η ακρίβεια που προσφέρει ο χάρακας.